



שם ומספר הקורס: מתמטיקה 4 יח"ל 15/16-110-96

שם המרצה: גיא משה רוס / אדם דותן

סוג הקורס: הרצאה

היקף שעות: 12 ש"ש

סמסטר: שנתי

שנת לימודים: תש"פ

אתר הקורס באינטרנט: <https://lemida.biu.ac.il/>

תכנית הלימודים במתמטיקה מדעי הטבע והחיים - תש"פ

נושא	תת נושאים	תכנים
אלגברה וטכניקה אלגברית	פירוק לגורמים	פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות.
	פתרון משוואות	משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים. משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר לבין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים). משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות). לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד').
	אי שוויונות	אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי שוויונות ממעלה שנייה עם פרמטר - רק לצורך שימוש בחדו"א. אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים - אי שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ כאשר $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר ורק בהקשרים של חקירת פונקציות.



חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.	חזקות	
מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.	שורשים	
שאלות תנועה, שאלות קנייה ומכירה (כולל התייקרויות והחלות עוקבות באחוזים). שאלות גיאומטריות: שטחים והיקפים של צורות המורכבות ממלבנים, משולשים וחלקי מעגל (מעגל, חצי מעגל, או רבע מעגל), נפח ושטח פנים של תיבה וגליל ישר ונפח של מנסרה ישרה משולשת. בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים, ובשאלות גיאומטריות עשוי להידרש שימוש במשפט פיתגורס.		שאלות מילוליות
מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.	קטעים	גיאומטריה אנליטית
משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.	ישרים	
משוואת מעגל קנוני ומשוואת מעגל כללי $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ חיתוך של מעגל וישר, חיתוך של שני מעגלים, משיק למעגל בנקודה שעל המעגל (כתנאי ניצבות). מעגל המשיק לאחד או שני הצירים.	מעגל	
אקראיות, מרחב הסתברות סופי, חוקי ההסתברות, מאורעות בלתי תלויים, מאורעות תלויים, הסתברות מותנית, נוסחת בייס, מרחב דו-שלבי ותלת-שלבי (טבלאות ועצים). התפלגות בינומית (נוסחת ברנולי). הערה: יש ללמד קומבינטוריקה רק לצורכי ההתפלגות הבינומית.		הסתברות קלאסית
חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס. משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים.	מצולעים	גיאומטריה של המישור



ביחס נתון. משפט חוצה זווית פנימית במשולש. שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תיכונה הוכחות המשפטים). היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים. היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תיכונה הוכחה). קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על היתר.		
קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל. זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן. משיקים למעגל. שני מעגלים - נחתכים, משיקים מבפנים, משיקים מבחוץ. מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות). דמיון משולשים במעגל.	מעגל	
האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גיאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חסום.	מקומות גיאומטריים	
מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקציית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה) ושל הזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.		טריגונומטריה במישור



פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\sin(\alpha x + b) = c$, $\cos(\alpha x + b) = c$, $\sin \alpha = \sin \beta$, $a * \sin x \pm b * \cos x = 0$, $\tan(\alpha x + b) = c$, $\tan \alpha = \tan \beta$, $\cos \alpha = \cos \beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות. זהויות: $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\cos(\alpha \pm \beta)$. שימוש בזהויות יידרש רק לצורך פתרון בעיות ולפתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גיאומטריות במישור. פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי. נוסחת שטח המשולש $S = \frac{1}{2} a * b * \sin \chi$ בפתרון בעיות גיאומטריות במישור יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגיאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.		
משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכדו'. הנגזרת של x^k (k טבעי או 0). נגזרת של פולינום (כולל $cf(x)$), $((f(x) \pm g(x)))'$. קשר בין גרף הפונקציה לגרף פונקציית הנגזרת. תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות הבאות: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציית שורש ריבועי.	חשבון דיפרנציאלי	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי



נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד) של כל הפונקציות. שימושי הנגזרת: • לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה. • לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (בכל סוגי הפונקציות - כולל בעיות נפת, שטח פנים ומעטפת של גופים פשוטים: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה משולש, גליל ישר וחרוט ישר וכולל קיצון בקצה קטע סגור). • לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מאונכות לציר x (בכל סוגי הפונקציות למעט פונקציות פולינום) ואסימפטוטות מאונכות לציר y (רק בפונקציות רציונליות). • הקשר בין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$		
אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות מנה שניתן להביא אותן לצורה $\frac{c}{\sqrt{ax+b}}$, או $\frac{c}{(ax+b)^n}$ (n שלם, $n \neq 1$) עבור פונקציות אלו יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מדיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת רק כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.	חשבון אינטגרלי	



סמסטר ב'

נושא	תת נושאים	תכנים
אלגברה	חזקות ומעריכים	חוקי החזקות. כל חוקי החזקות שנלמדו בעבר וגם חזקה עם מעריך רציונאלי. שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. פונקציות מעריכיות: תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות מעריכיות, על פי הנדרש ביישומים של חד"א או בבעיות גדילה ודעיכה. אי-שוויונות מעריכיים פשוטים (אי-שוויונות שמהם ניתן להגיע לצורה $a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$, $a > 0$ מספר קבוע, $a \neq 1$ ומובילים לכל
	לוגריתמים	לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס. הפונקציות הלוגריתמיות: תכונותיהן ותיאורן הגרפי. משוואות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חד"א או בבעיות גדילה ודעיכה. אי-שוויונות פשוטים (אי-שוויונות מהם ניתן להגיע לצורה $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$, $a > 0$, $a \neq 1$, f ו- g פונקציות פשוטות, אשר מובילים לכל היותר לאי שוויון ריבועי. למשל: $\log_4(x^2 - 3x) \geq 1$, $\log_{0.2}(x^2 + 1) \geq \log_{0.2}(2x + 1)$
	בעיות גדילה ודעיכה	גדילה מעריכית ודעיכה מעריכית. זמן מחצית חיים.
	סדרה חשבונית	סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) - איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.
	סדרה הנדסית	סדרה הנדסית סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) - איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.
	סדרות כלליות	סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, מבלי שידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך.
	סדרות	סדרות מעורבות



מעורבות	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
נגזרות של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות - כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום ופונקציות רציונאליות. עבור כל הפונקציות: נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה. נגזרת של פונקציה מורכבת (שני שלבים בלבד). עבור כל הפונקציות, שימושי הנגזרת: - לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או במציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה. - לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הבא: אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים ידרשו עבור $a^x, e^x, \log_a x, \ln x$ ושילובים פשוטים שלהם. עבור $a^{f(x)}, e^{f(x)}, \log_a f(x), \ln f(x)$ יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה. לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציית חזקה עם אחת הפונקציות הללו. - הקשר בין הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ושל פונקציות אשר הקדומה שלהן היא לוגריתמית: האינטגרל של $\frac{1}{x}, a^x, e^x, x^r$ וכן $\frac{1}{f(x)}, a^{f(x)}, e^{f(x)}, [f(x)]^r$, כאשר $f(x)$ לינארית. אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית	חשבון אינטגרלי



היא ליניארית. אינטגרלים של פונקציות טריגונומטריות. אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים.		
הפונקציות סינוס, קוסינוס, טנגנס וקוטנגנס במעגל היחידה ותיאורן הגרפי. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוגיות או אי-הזוגיות של הפונקציות הטריגונומטריות. תיאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות שליליות, עלייה וירידה) ושל הזות ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות.	פונקציות טריגונומטריות	טריגונומטריה
פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\sin(\alpha x + b) = c$, $\cos(\alpha x + b) = c$, $\sin \alpha = \sin \beta$, $a * \sin x \pm b * \cos x = 0$, $\tan(\alpha x + b) = c$ $\tan \alpha = \tan \beta$, $\cos \alpha = \cos \beta$, פתרון כללי ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות. זהויות: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$	משוואות טריגונומטריות	
יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגיאומטריה ובזהויות טריגונומטריות. חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים) ונפחים בגופים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת ישרה, פירמידה ישרה שבסיסה מלבן או משולש ישר-זווית או משולש חד-זווית.	טריגונומטריה במרחב	



בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות והגופים השונים, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות. בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים ראשוניים: ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין ישרים, זווית בין ישר למישור. מצב הדדי בין שני מישורים. זווית בין שני מישורים. גופי סיבוב (גליל, חרוט, כדור). נפח, שטח. לצורך פתרון הבעיות ייתכן שיידרש שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטריה למציאת זוויות, פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית, ונוסחת שטח המשולש $S = \frac{1}{2} a * b * \sin \chi$		
--	--	--

ציון מתמטיקה בתעודת המכינה ישוקלל על פי מרכיבי הציונים הבאים:

סמסטר	מטלה	אחוז
א'	שאלון ראשון	52%
ב'	שאלון שני	28%
	הערכת מרצה	20%