

שם ומספר הקורס: מתמטיקה 5 יח"ל 15/16/17-1201-96

למסלול המכינה הייעודית להנדסה ומדעים מדויקים

[מבוסס על תוכנית לימודים מס' 1 של המל"ג]

שם המרצה: משה בן חיים / רואי אסרף

סוג הקורס: הרצאה

שנת לימודים: תשפ"ד סמסטר: שנת

היקף שעות: 435 (15 ש"ש, 29 שבועות) + 58 שעות תרגול/תגבור

אתר הקורס באינטרנט: <https://lemida.biu.ac.il/>

א. מטרת הקורס ותוצרי למידה (מטרות על / מטרות ספציפיות):

מטרת הקורס – מכינה במתמטיקה 5 יח"ל למדעים מדויקים.

דרישות קדם:

1. בחינה פסיכומטרית/מימ"ד בציון 500 ומעלה.
2. חלק כמותי בפסיכומטרי/מימ"ד בציון 115 ומעלה או מבחן התאמה מתמטי של המכינה
3. בגרות במתמטיקה 4 יח"ל בציון 70 ומעלה או מבחן התאמה מתמטי של המכינה.

תוצרי למידה

לחשוב על פי לוגיקה ושפה מתמטית.

לבצע בהצלחה חישובים טכניים.

לנתח ולפתור בעיות סבוכות על ידי שימוש בכלים אנליטיים.

להבין מהי תאוריה מתמטית ומהו הבסיס לבניית מודל מתמטי.

מהלך השיעורים: הרצאה פרונטלית של התאוריה המתמטית הנדרשת והדגמתה דרך

פתרון תרגילים מספרי הלימוד בכיתה. המשך תרגול מתוך הספרים יינתן כעבודת בית.

מרכיבי הציון הסופי:

מבחן סמסטר א' – 46%

מבחן סמסטר ב' – 46%

הגשת תרגילים – 8%

סמסטר א' (225 שעות)

1. מושגי יסוד וטכניקה אלגברית
2. מושג של פונקציה
3. שיטת הקטעים
4. משוואה ריבועית
5. משוואה ואי-שוויונות עם ערכים מוחלטים
6. מערכת משוואות לינאריות
7. משוואות ואי-שוויונות אי-רציונליים
8. פעולות על גרפים
9. סדרות
10. אינדוקציה
11. גיאומטריה המישור
12. טריגונומטריה
13. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (סמסטר א' + ב')

1. מושגי יסוד וטכניקה אלגברית

- 1.1 מספרים טבעיים (N). משפט פירוק לגורמים ראשוניים (ללא הוכחה). מחלק משותף הגדול ביותר, כפולה משותפת הקטנה ביותר. סימני התחלקות ב-2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10. מספרים שלמים (Z), רציונליים (Q), ממשיים (R). הצגה עשרונית של מספר ממשי. קטע פתוח/סגור, סופי ואינסופי. חיתוך/איחוד של קבוצות מספרים, קבוצה משלימה. סימונים: $\cup, \cap, \subset, \varnothing, \in, \notin, \infty$.
- 1.2 ערך מוחלט ותכונותיו. המשמעות הגיאומטרית.
- 1.3 שורשים, חזקות בעלות מעריך רציונלי. חוקי חזקות.
- 1.4 נוסחאות הכפל המקוצר $(a \pm b)^2, (a \pm b)^3, a^2 - b^2, a^3 \pm b^3$ ושימושיהן בפישוט ביטויים אלגבריים.
- 1.5 פולינום (רב איבר). חילוק פולינומים עם שארית. שיטת הורנר.

2. מושג הפונקציה

- 2.1 מושג הפונקציה. תחום הגדרה, תמונה, גרף של פונקציה. פונקציה עולה/יורדת. פונקציה חד-חד ערכית, פונקציה הפוכה. פונקציה זוגית/אי-זוגית.
- 2.2 פונקציה לינארית $ax + b, a, b \in R$. המשמעות הגיאומטרית של המקדמים a, b .
- 2.3 פונקציה לינארית למקוטעין (לכל היותר שתי נקודות שבירה)
 $a_1x + b_1 \pm |a_2x + b_2| \pm |a_3x + b_3|, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3 \in R$
- 2.4 פונקצית חזקה $x^n, n \in N$, פונקצית שורש $\sqrt[n]{x}, n \in N$. פונקצית חזקה $x^r, r \in Q$.
- 2.5 פונקציה $ax^2 + bx + c, a, b, c \in R, a \neq 0$. פרבולה ותכונותיה: קודקוד, ציר סימטריה, תחום עליה/ירידה.

3. שיטת הקטעים (שיטת הנחש)

מציאת תחומי חיוביות ותחומי שליליות של הפונקציות מהצורה:

$$f(x) = (x - a_1)^{\alpha_1} \dots (x - a_k)^{\alpha_k} \cdot |x - b_1|^{\beta_1} \dots |x - b_m|^{\beta_m}, \alpha_1, \dots, \alpha_k, \beta_1, \dots, \beta_m \in \mathbb{Z}$$
 שימוש בשיטה לפתרון אי-שוויונות רציונליים.

4. משוואה ריבועית

- 4.1 נוסחת השורשים. נוסחאות וייטה. פירוק לגורמים. חקירת המשוואה בעזרת דיסקרימיננטה ($\Delta > 0 \Leftrightarrow$ שני שורשים שונים/שני פתרונות, $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ שני שורשים שווים/פתרון אחד, $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ אין שורשים/אין פתרונות), נוסחאות וייטה ופרבולה.
- 4.2 משוואות שניתן להביאן למשוואה ריבועית (כולל חקירה).
- 4.3 מערכות משוואות שניתן להביאן למשוואה ריבועית.

5. משוואות ואי-שוויונות עם ערכים מוחלטים

6. מערכת משוואות ליניאריות

- 6.1 מערכת של שתי משוואות ליניאריות בשני נעלמים. תיאור גיאומטרי.
- 6.2 שיטת ההצבה
- 6.3 שיטת השוואת המקדמים.
- 6.4 דטרמיננטות (determinant). נוסחאות קרמר למערכת 2×2 .
- 6.5 חקירת המערכת.

7. משוואות ואי-שוויונות הכוללים שורשים ריבועיים (לכל היותר שני שורשים)

8. פעולות על גרפים

- 8.1 הזזות ושיקופים של גרפים: $f(|x|)$, $|f(x)|$, $f(-x)$, $-f(x)$, $f(x) + m$, $f(x - a)$.
- 8.2 הזזות ושיקופים של גרפי הפונקציות:
- 8.3 חקירת משוואות בעזרת הגרפים - מציאת מספר הפתרונות ומיקומם.

9. סדרות

- 9.1 מושג הסדרה. סדרות שונות, הגדרה מפורשת והגדרה באמצעות כלל נסיגה (כבסיס לשאלות בנושא אינדוקציה).
- 9.2 סדרה חשבונית. נוסחה לאיבר כללי. נוסחה לסכום n האיברים הראשונים.

9.3. סדרה גיאומטרית (הנדסית). נוסחה לאיבר כללי. נוסחה לסכום n האיברים הראשונים. סכום כל האיברים של סדרה גיאומטרית אינסופית מתכנסת.

10. אינדוקציה

- 10.1. שיטת האינדוקציה.
10.2. שימוש בשיטת האינדוקציה בהוכחת נוסחאות ואי-שוויונות אלגבריים, בהוכחת נוסחה מפורשת לסדרה המוגדרת על ידי נוסחת נסיגה, בהוכחת תכונות התחלקות.

11. גיאומטריה המישור

- 11.1. מושגי יסוד
11.2. משפטי חפיפה של משולשים.
11.3. תיכון, גובה, חוצה זווית, אנך אמצעי.
11.4. קווים מקבילים
11.5. דלתון, מקבילית, מעוין, מלבן, ריבוע.
11.6. טרפז
11.7. קטע אמצעים במשולש ובטרפז
11.8. שטחים (כולל נוסחת הרון)
11.9. משפט פיתגורס
11.10. מעגל. מיתרים וקשתות. זוויות במעגל. משיק למעגל. זווית בין משיק למיתר.
11.11. מעגל חוסם משולש/מרובע, מעגל חסום במשולש/במרובע.
11.12. משפטי תאלס. משפט חוצה זווית פנימית/חיזונית של משולש.
11.13. משפטי דמיון של משולשים. יחס שטחים של מצולעים דומים.

12. טריגונומטריה

- 12.1. מעלות ורדיאנים.
12.2. הגדרה של סינוס, קוסינוס, טנגנס וקוטנגנס במשולש ישר זווית ובמעגל היחידה.

12.3. זהויות יסוד: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, $\cot x = \frac{1}{\tan x}$

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

- 12.4. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוס.
12.5. שימוש בטריגונומטריה בבעיות גיאומטריות המישור.
12.6. פונקציות $\sin x, \cos x, \tan x, \cot x, \operatorname{ctg} x$ ב- R וגרפים שלהן.

- מחזוריות, זוגיות, אי-זוגיות, מתיחה/התכווצות, הזזות, שיקופים
- 12.7. הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות $\arctan x$, $\arccos x$, $\arcsin x$ ושימוש בהן להצגת הפתרון של המשוואות $(\arctg x)$, $(\text{arcctg } x)$, $(\text{arccot } x)$ ושימוש בהן להצגת הפתרון של המשוואות $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$, $\cot x = a$ (הכרת הפונקציות ההפוכות).
- 12.8. נוסחאות של "סכום והפרש זוויות" ו-"זווית כפולה": $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\tan(\alpha \pm \beta)$, $\cot(\alpha \pm \beta)$, $\sin(2\alpha)$, $\cos(2\alpha)$, $\tan(2\alpha)$, $\cot(2\alpha)$.
- 12.9. נוסחאות של "חצי זווית": $\sin(\frac{\alpha}{2})$, $\cos(\frac{\alpha}{2})$, $\tan(\frac{\alpha}{2})$, $\cot(\frac{\alpha}{2})$.
- 12.10. נוסחאות של "מכפלה": $\sin \alpha \cdot \sin \beta$, $\cos \alpha \cdot \cos \beta$, $\sin \alpha \cdot \cos \beta$.
- 12.11. נוסחאות של "סכום והפרש": $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$.
- 12.12. זהויות, משוואות ואי-שוויונות (כולל המשוואה $a \sin x + b \cos x = c$).

13. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (סמסטר א' + סמסטר ב')

- 13.1. גבול של פונקציה (ללא הגדרה מדויקת) ותכונותיו. מושג של רציפות. שיטות חישוב גבולות: הצבה (שימוש ברציפות), פירוק לגורמים, הכפלה ב-"צמוד", חילוק בחזקה הגבוהה ביותר, שימוש בגבולות: $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$, $\lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{\frac{1}{t}} = e$.
- 13.2. אסימפטוטה אנכית/משופעת. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^t - 1}{t} = \ln a$, $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+t)}{t} = \frac{1}{\ln a}$ (ללא הוכחתם).
- 13.3. נגזרת של פונקציה. המשמעות הגיאומטרית, נגזרת של פונקציה לינארית, נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה. נגזרות הפונקציות: $x^n, x^{-n}, n \in \mathbb{N}$, $\sqrt{x}, \frac{1}{\sqrt{x}}, a^x$ (כמקרה פרטי), $\log_a x$ (כמקרה פרטי), $\sin x, \cos x$, $\tan x, \cot x$. נגזרת של פונקציה מורכבת - כלל השרשרת (ללא הוכחה), נגזרת הפונקציה $x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$.
- 13.4. משיק ונורמל, זווית בין שתי עקומות.
- 13.5. תחומי עליה/ירידה של פונקציה. נקודות קיצון. הערך הגדול/הקטן ביותר (מקסימום/מינימום מוחלט).
- 13.6. נגזרת שנייה. קעירות/קמירות כלפי מעלה או כלפי מטה (פונקציה x^2 קעורה כלפי מעלה או קמורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

- 13.7. חקירת פונקציה ושרטוט רשומת (סקיצה) של הגרף.
- 13.8. הקשר בין גרפים של הפונקציה ונגזרותיה הראשונה והשנייה.
- 13.9. בעיות קיצון בגיאומטריה המישור.
- 13.10. פונקציה קדומה (יחידות עד כדי קבוע), אינטגרל בלתי מסוים ותכונותיו הלינאריות.
- 13.11. אינטגרלים מידיים של הפונקציות: x^a , a^x , $\sin x$, $\cos x$, $\cos^{-2} x$, $\sin^{-2} x$.
חישוב אינטגרלים תוך שימוש בכלל השרשרת בצורתו האינטגרלית:
כמקרה $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$ $\int f(u(x))u'(x)dx = F(u(x)) + C$
(פרטי).
- 13.12. אינטגרציה של פונקציות רציונליות (לכל היותר שני גורמים לינאריים שונים במכנה) ופונקציות טריגונומטריות.
- 13.13. אינטגרל מסוים ותכונותיו הבסיסיות. נוסחת ניוטון-לייבניץ (ללא הוכחה).
- 13.14. חישוב שטחים, חישוב נפחים של גופי סיבוב (סביב ציר ה- x בלבד).
- 13.15. בעיות מקסימום/מינימום בחישוב שטחים ונפחים של גופי סיבוב.

סמסטר ב' (210 שעות)

1. פונקציה מעריכית
2. פונקציה לוגריתמית
3. קומבינטוריקה
4. בינום של ניוטון
5. גיאומטריית המרחב
6. וקטורים וגיאומטריה אנליטית
7. מספרים מרוכבים ופולינומים
8. חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (סמסטר א' + ב')

1. פונקציה מעריכית $a^x, a > 0$

- 1.1. הרחבת ההגדרה עבור כל X ממשי (ללא הוכחה).
- 1.2. משוואות (כולל חקירה).
- 1.3. אי-שוויונות

2. פונקציה לוגריתמית $\log_a x$

- 2.1. הגדרת פונקציה לוגריתמית כפונקציה הפוכה לפונקציה מעריכית.
- 2.2. משוואות (כולל חקירה).
- 2.3. אי-שוויונות.

3. קומבינטוריקה

- 3.1. תמורות, תמורות עם חזרות, תמורות במעגל (ללא חזרות).
- 3.2. חליפות, חליפות עם חזרות.
- 3.3. צירופים (ללא חזרות).

4. בינום של ניוטון

- 4.1. נוסחת בינום של ניוטון. נוסחת סכום של מקדמים בינומיאליים. משולש פסקל.
- 4.2. מציאת איברי הבינום (או מקדמיהם) על פי תנאים שונים (כולל מציאת המקדם הגדול/הקטן ביותר).

5. גיאומטריה המרחב

- 5.1. מושגי יסוד
- 5.2. מצב הדדי בין ישרים, בין מישורים, בין ישר ומישור.
- 5.3. אנך למישור. משפטים על משופעים והיטליהם.
- 5.4. זווית בין ישרים. זווית בין מישורים. זווית בין ישר למישור.
- 5.5. מנסרות, פירמידות, פירמידות קטומות. שטח פנים, שטח מעטפת, נפח.
- 5.6. יחס נפחים של גופים דומים.

6. וקטורים וגיאומטריה אנליטית

- 6.1. וקטורים במישור ובמרחב. הגדרה גיאומטרית, שוויון וקטורים, וקטור אפס, וקטור יחידה, וקטור נגדי, חיבור, חיסור, כפל בסקלר (במספר).
- 6.2. מערכת צירים במישור ובמרחב. קואורדינטות של וקטור והצגתו האלגברית.
- 6.3. חלוקת קטע ביחס נתון.
- 6.4. מכפלה סקלרית, וקטורית, מעורבת. מרחק בין שתי נקודות. חישוב זווית בין שני וקטורים, חישוב שטח מקבילית/משולש, חישוב נפח מקבילון/פירמידה.

- 6.5. משוואה פרמטרית וסימטרית (קנונית) של ישר במרחב/במישור. מצב הדדי בין שני ישרים במרחב/במישור. משוואה כללית/מפורשת של ישר במישור. שימוש בווקטור נורמל למציאת מרחק בין נקודה לישר במישור/בין שני ישרים מקבילים במישור. מרחק בין שני ישרים מצטלבים.
- 6.6. משוואה של תיכון/גובה/חוצה זווית במשולש במישור ובמרחב.
- 6.7. משוואה כללית של מישור. מצב הדדי בין שני מישורים. זווית בין שני מישורים. זווית בין ישר למישור. שימוש בווקטור נורמל למציאת מרחק בין נקודה למישור/מרחק בין שני מישורים מקבילים.
- 6.8. נקודה סימטרית ביחס לישר במרחב/במישור. נקודה סימטרית ביחס למישור.
- 6.9. ישר כחיתוך של שני מישורים, מעבר לצורה פרמטרית/סימטרית.
- 6.10. הגדרת מעגל כמקום גיאומטרי. משוואת המעגל. מצב הדדי בין שני מעגלים. משיק למעגל, תנאי השקה.
- 6.11. הגדרת אליפסה כמקום גיאומטרי. משוואה קנונית. משיק לאליפסה, תנאי השקה.
- 6.12. הגדרת היפרבולה כמקום גיאומטרי. משוואה קנונית. אסימפטוטות. משיק להיפרבולה, תנאי השקה.
- 6.13. הגדרת פרבולה כמקום גיאומטרי. משוואה קנונית. משיק לפרבולה, תנאי השקה.

7. מספרים מרוכבים (C) ופולינומים

- 7.1. הגדרת מספר מרוכב כזוג סדור של מספרים ממשיים. תיאור גיאומטרי, המספר i , הצגה אלגברית, המספר הצמוד, חיבור, חיסור, כפל, חילוק, ערך מוחלט של מספר מרוכב (מודולוס). משוואה ממעלה ראשונה (עם/בלי מספר צמוד), מערכת של שתי משוואות לינאריות, משוואה ריבועית. הצגה טריגונומטרית (קוטבית), נוסחאות כפל וחילוק. העלאה בחזקה שלמה בהצגה טריגונומטרית (נוסחה דה-מואבר), שורשים.
- 7.2. סדרה חשבונית/גיאומטרית.
- 7.3. תיאור מקומות גיאומטריים ע"י שימוש במספרים מרוכבים.
- 7.4. פולינומים. משפט השארית (משפט בזו). המשפט היסודי של האלגברה (ללא הוכחה), פירוק לגורמים, ריבוי של שורש, הקשר בין ריבוי השורש לבין נגזרות הפולינום (בתחום הממשי בלבד), נוסחאות וייטה. שורשים של פולינום בעל מקדמים ממשיים. שיטה למציאת שורשים רציונליים לפולינום בעל מקדמים שלמים.