

סילבוס למכינה מרוכזת במתמטיקה 5 יח"ל - קיץ תשע"ט

פירוט הנושאים בשאלון א'

מבוא לגיאומטריה אנליטית:

קטעים: מרחק בין נקודות (אורך קטע), אמצע קטע.
ישרים: משוואת ישר על פי שתי נקודות ועל פי שיפוע ונקודה, הקבלה, חיתוך וניצבות.
מעגל: משוואת מעגל שמרכזו בראשית הצירים (לצורך הוראת המעגל הטריגונומטרי).

טכניקה אלגברית:

פירוק לגורמים: פירוק לגורמים על ידי הוצאת גורם משותף, ועל פי נוסחאות הכפל המקוצר. פירוק הטרינום (אפשר על ידי פתרון המשוואה הריבועית המתאימה, או על ידי השלמה לריבוע). שימושי הפירוק לגורמים לפעולות חשבון בשברים אלגבריים, לפתרון משוואות ואי-שוויונות.
פתרון משוואות: משוואות ממעלה ראשונה ושנייה. מערכת משוואות, ממעלה שנייה לכל היותר, עם שני משתנים.
 משוואות ממעלה ראשונה (כולל פרמטר אחד). מערכת משוואות ליניאריות עם שני משתנים ופרמטר אחד, הקשר בין ערכי הפרמטר לבין מספר הפתרונות (פתרון יחיד, אינסוף פתרונות, אף פתרון). המשמעות הגרפית של מספר הפתרונות (ישרים נחתכים, מקבילים או מתלכדים).
 משוואות הנפתרות על ידי הצבה (כמו משוואה דו-ריבועית). משוואות אי-רציונאליות (רק ברמה הנדרשת לצורך חקירת פונקציות).
 לא תידרש חקירת משוואה או מערכת משוואות ששתיהן ממעלה שנייה (מספר הפתרונות וכד'), למעט שימוש בגיאומטריה אנליטית.
אי שוויונות: אי-שוויונות ממעלה ראשונה ואי שוויונות ממעלה שנייה בלי פרמטר. אי שוויונות ריבועיים עם פרמטר רק לצורך שימוש בחדו"א ובשאלות מילוליות.

אי-שוויונות רציונאליים ללא פרמטרים – אי שוויונות שמהם ניתן להגיע לאי-שוויונות מהצורה $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$

כאשר $f(x)$ או $g(x)$ הם פולינומים ממעלה שנייה, לכל היותר, ורק בהקשרים של חקירת פונקציות.

שוויונות עם ערך מוחלט אחד, כגון $\left| \frac{2x-5}{x+3} \right| = 3$ או $|x^2 - 5x + 6| = 2$

אי שוויונות עם ערך מוחלט ללא פרמטרים (כחלק מבעיה כוללת, ולא כשאלה או סעיף נפרדים): אי שוויונות ליניאריים בערך מוחלט עם ביטוי ליניארי ומספר ממשי המביעים את מושג המרחק, לדוגמה: $|2x-5| < 3$, או במרוכבים.

חזקות: חוקי החזקות. חזקה עם מעריך שלם.

שורשים: מכפלת שורשים ומנתם, הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה.

חילוק פולינומים בפולינום ליניארי (רק כטכניקה נדרשת, בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי).

שאלות מילוליות:

שאלות תנועה, ושאלות הספק.
בכל הנושאים עשויות להיות שאלות עם אחוזים.

סדרות:

סדרה חשבונית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.
סדרה הנדסית סופית ואינסופית (כולל הגדרה לפי נוסחת נסיגה) – איבר כללי, סכום, מעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה ולהיפך.
סדרות כלליות לפי מקום ולפי נוסחת נסיגה, מבלי שיידרש המעבר מכלל לפי מקום לכלל נסיגה או להיפך.

גיאומטריה אוקלידית:

מצולעים: חישוב של שטחים והיקפים של מצולעים. חפיפת משולשים על סמך ארבעת משפטי החפיפה. משולשים ומרובעים: תכונותיהם, משפטים, הוכחותיהם ויישומם. תיכונים, חוצי זוויות וגבהים. משפט פיתגורס.
משפט תאלס, המשפט ההפוך לו והמשפטים הנובעים מהם. דמיון משולשים ומצולעים. מפגש התיכונים במשולש, חלוקת קטע ביחס נתון, חלוקה פנימית וחלוקה חיצונית. משפט חוצה זווית פנימית במשולש.
שלושת משפטי הדמיון של משולשים (לא תידרשנה הוכחות המשפטים).
היחס במשולשים דומים בין היקפים, תיכונים, חוצי זווית, גבהים ורדיוסי מעגלים חוסמים ומעגלים חסומים. היחס בין שטחי משולשים דומים.
היחס בין היקפים והיחס בין שטחים במצולעים דומים (לא תידרש הוכחה).
קטעים פרופורציוניים במשולש ישר זווית. משפטים: הגובה ליתר מחלק את המשולש לשני משולשים הדומים לו. הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטל על היתר. הניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היטל והיטל הניצב על היתר.
מעגל: קשתות, מיתרים, מרחקים ממרכז המעגל. זוויות: היקפיות, מרכזיות ותכונותיהן. משיקים למעגל.
שני מעגלים – נחתכים, משיקים מבפנים, משיקים מבחוץ.
מרובע חוסם מעגל (הגדרה ותכונות), מרובע חסום במעגל (הגדרה ותכונות).
דמיון משולשים במעגל.

קטעים פרופורציוניים במעגל. מיתרים נחתכים במעגל. חותך ומשיק מנקודה חיצונית למעגל, שני חותכים היוצאים מנקודה חיצונית למעגל.

מקומות גיאומטריים: האנך האמצעי וחוצה זווית כמקומות גיאומטריים, מפגש אנכים אמצעיים במשולש כמרכז מעגל חוסם, מפגש חוצי זוויות במשולש כמרכז מעגל חוסם.

הערה: פירוט המשפטים בגיאומטריה נמצא באתר המפמ"ר בכתובת:

http://cms.education.gov.il/educationcms/units/mazkirut_pedagogit/matematika

רשימת המשפטים בגיאומטריה שאינם כלולים בשאלוני הבגרות של 5 יח"ל:

1. חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה. (משפט חוצה זווית חיצונית במשולש)
2. ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.

טריגונומטריה:

מחזוריות, היקף המעגל ושטחו, אורך קשת ושטח גזרה, שיטות שונות למדידת זוויות מרכזיות במעגל (מעלות, רדיאנים או אורך קשת על מעגל יחידה). הפונקציות סינוס, קוסינוס וטנגנס, במעגל היחידה, ותיאורן הגרפי. הקשר של פונקציית הטנגנס לשיפוע של ישר. הכרת הקשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות של זוויות, של זוויות משלימות לזווית ישרה ושל זוויות המשלימות לזווית שטוחה, בעזרת שימוש במעגל היחידה. מחזוריות הפונקציות. חישוב ערכי הפונקציות לזוויות מיוחדות. הזוויות או אי-הזוויות של הפונקציות הטריגונומטריות. תאור גרפי ופירושו (מחזור, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות מקסימום ומינימום, תחומי חיוביות ושליליות, עלייה וירידה), ושל הזווית ומתיחות של פונקציות טריגונומטריות. פתרון משוואות, תוך הדגשת משמעות הפתרון במעגל היחידה, מהצורה $\cos(ax + b) = c$, $\sin(ax + b) = c$, $\tan \alpha = \tan \beta$, $\cos \alpha = \cos \beta$, $\sin \alpha = \sin \beta$, $a \cdot \sin x \pm b \cdot \cos x = 0$, $\tan(ax + b) = c$ ופתרון בתחום נתון. שימוש בטכניקה אלגברית (כגון פירוק לגורמים ופתרון משוואה ריבועית) לפתרון משוואות טריגונומטריות.

$$\text{זהויות: } \sin^2 x + \cos^2 x = 1, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cos 2\alpha, \sin 2\alpha, \cos(\alpha \pm \beta), \sin(\alpha \pm \beta)$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta, \cos \alpha \pm \cos \beta$$

שימוש בזהויות יידרש רק לצורך פתרון בעיות במישור ולפתרון משוואות טריגונומטריות (פתרון כללי ופתרון בתחום נתון) בבעיות גיאומטריות, ובמסגרת חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. פתרון בעיות במישור: פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית. משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים ושימוש בהם להתרת משולש כללי.

$$\text{נוסחת שטח המשולש } S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

בפתרון בעיות גיאומטריות במישור (כולל בעיות טריגונומטריות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי) יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות השונות, במשפטים מגיאומטריה אוקלידית, בזהויות ובפונקציות הטריגונומטריות.

הערות:

- א. לא יידרש פתרון המשוואה $a \sin x + b \cos x = c$ במקרה: $a \neq b - 1 \quad c \neq 0$.
- ב. פתרון משוואות טריגונומטריות לא יידרש כתרגיל בפני עצמו אלא כחלק מפתרון בעיות, כולל בעיות בחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
- ג. לא יידרש פתרון תרגילים העוסקים בזיהוי משולשים על פי משוואה טריגונומטרית המתקיימת במשולש.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

חשבון דיפרנציאלי:

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.
נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד'.
נגזרת של x^k (k טבעי או 0), נגזרת של פולינום (כולל $(cf(x))'$, $(f(x) \pm g(x))'$.
תידרש שליטה בחשבון דיפרנציאלי של הפונקציות הבאות: פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות (מנה של פולינומים), פונקציות טריגונומטריות, פונקציית שורש ריבועי.
נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.
פונקציית הערך המוחלט, אי גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתוכנית).
נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי מטה).
נקודות פיתול.
שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או מציאת משוואת משיק לגרף בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מנקודה שמחוץ לגרף הפונקציה.
- לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור (מכל סוגי הפונקציות - כולל בעיות נפח, שטח פנים ומעטפת של גופים פשוטים: קובייה, תיבה, מנסרה ישרה שבסיסה מצולע כלשהו, גליל ישר וחרוט ישר, וכולל קיצון בקצה קטע סגור).

- לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות).
- הקשר בין הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

חשבון אינטגרלי:

אינטגרלים של פונקציות פולינום, פונקציות טריגונומטריות (כולל שימוש בזהויות), פונקציות מנה שניתן

$$\text{להביא אותן לצורה } \frac{c \cdot f'(x)}{\sqrt{f(x)}} \text{ , או } \frac{c \cdot f'(x)}{(f(x))^n} \text{ (n שלם, } n \neq 1).$$

עבור פונקציות אלו יידרש אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, אינטגרלים מידיים, אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע, אינטגרל של פונקציה מורכבת כאשר הפונקציה הפנימית היא ליניארית. מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה. מציאת אינטגרל של פונקציה רציונאלית עם מכנה ליניארי על ידי חילוק פולינומים. מציאת אינטגרל מהצורה: $\int f'(u) \cdot u \, dx$ היא פונקציה של x , באמצעות זיהוי הנגזרת החיצונית של פונקציה מורכבת ונגזרתה הפנימית, לדוגמה:

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3+2} + C$$

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד. בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: בנושאים של חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, ייתכן שימוש בחילוק פולינומים.

פירוט הנושאים בשאלון ב'

וקטורים:

וקטורים כחיצים במישור ובמרחב. חיבור וקטורים ותכונותיו, חיסור וקטורים. כפל בסקלר ותכונותיו. קומבינציה ליניארית של וקטורים. חלוקת קטע ביחס נתון. שימושים לחישובים ולהוכחות במישור ובמרחב. המכפלה הסקלרית ותכונותיה. ניצבות בין ישרים ובין ישר למישור. חישובי אורך וחישובי זווית. יש ללמד הוכחות של תכונות גיאומטריות במישור ובמרחב באמצעות וקטורים, אך לא תידרש בבחינה הוכחה של משפט גיאומטרי באמצעות וקטורים.

מערכת צירים במרחב. הצגה אלגברית של וקטורים ופעולות אלגבריות בוקטורים (חיבור, חיסור, כפל בסקלר ומכפלה סקלרית). הצגה פרמטרית של ישר במרחב. מצב הדדי של ישרים. הצגה פרמטרית של מישור במרחב, ומשוואה של מישור במרחב. מצב הדדי בין מישורים, ובין ישר ומישור.

חישובי מרחקים: בין שתי נקודות, בין נקודה לישר, בין נקודה למישור, בין ישרים מקבילים ובין ישרים מצטלבים, בין ישר למישור, ובין שני מישורים.

חישוב זוויות: בין שני ישרים, בין שני מישורים, ובין ישר למישור.

להלן המשפטים הנדרשים בנושא הוקטורים ללא הוכחה (לשימושים בחישובים):

- א. ישר ניצב למישור אם ורק אם הוא מאונך לשני ישרים לא מקבילים במישור.
- ב. ישר במישור ניצב למשופע למישור אם ורק אם הוא מאונך להיטל המשופע על המישור.
- ג. ישר ניצב למישור ABC אם ורק אם $\vec{l} \cdot \vec{OA} = \vec{l} \cdot \vec{OB} = \vec{l} \cdot \vec{OC}$ כאשר l וקטור על הישר ו- O ראשית הצירים.

ד. כל וקטור במישור ניתן להצגה יחידה כקומבינציה ליניארית של שני וקטורים בלתי תלויים במישור, וכל קומבינציה כזו נמצאת במישור.

ה. כל שלושה וקטורים בלתי תלויים במרחב הם בסיס למרחב.

מספרים מרוכבים:

הגדרה, שוויון, ארבע הפעולות. ערך מוחלט, מספרים צמודים, שורש שני. הצגת המספרים המרוכבים במישור גאוס. משפט דה-מואבר, שורשי יחידה, שורשים. המשמעויות הגיאומטריות של ארבע הפעולות, של הערך המוחלט ושל השורשים. הערה: בפתרון בעיות במספרים מרוכבים עשוי להידרש ידע בסדרות, ושימוש בזהויות טריגונומטריות.

גיאומטריה אנליטית:

קטעים: מרחק בין שתי נקודות, חלוקת קטע ביחס נתון.

ישרים: שיפוע ישר על פי שתי נקודות, משוואת ישר (על פי שיפוע ונקודה, ועל פי שתי נקודות), נקודת חיתוך של שני ישרים, ישרים מקבילים וישרים מאונכים זה לזה, מרחק של נקודה מישר.

מעגל: מעגל (כללי), התנאי שהמשוואה $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ היא משוואה של מעגל. משיק למעגל בנקודה עליו.

פרבולה: הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית, מוקד, מדריך ומשוואת המשיק בנקודה על הפרבולה.

אליפסה: הגדרתה כמקום גיאומטרי, המשוואה הקנונית שלה, ציריה ומוקדיה, המצב ההדדי בין ישר לאליפסה כפי שבאה לידי ביטוי בסימן של הדיסקרימיננטה המתאימה.

פתרון בעיות המשלבות צורות שונות מבין הצורות שתוארו לעיל.

מקומות גיאומטריים.

טריגונומטריה במרחב:

יישומים במרחב הדורשים שימוש במשפטים בגיאומטריה ובהוויות טריגונומטריות בסיסיות.

חישובים במרחב של: זוויות, אורכי קטעים, שטחים (כמו מעטפת או שטח פנים), ונפחים בגופים הישרים: תיבה (כולל קובייה), מנסרה משולשת, פירמידה שבסיסה מלבן או משולש ישר-זווית או משולש חד-זווית.

בפתרון בעיות יידרש שימוש בתכונות הגיאומטריות של הצורות והגופים השונים, בהוויות ובפונקציות הטריגונומטריות. בבעיות במרחב יידרש שימוש גם במושגים והמשפטים הבאים: ישר ניצב למישור, ישר משופע למישור, זיהוי היטל של משופע על מישור, זווית בין ישרים, זווית בין ישר למישור, זווית בין מישורים, משפט שלושת האנכים.

לצורך פתרון הבעיות ייתכן שימוש של הזהויות שנלמדו בטריגונומטריה למציאת זוויות.

פתרון מצולעים המתפרקים למשולשים ישרי זווית, נוסחת שטח המשולש $S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$, משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים והשימוש בהם להתרת משולש כללי.

אלגברה:

חזקות ומעריכים:

חוקי החזקות. חזקה עם מעריך רציונאלי.

שורשים: הכנסת גורם מתחת לשורש, הוצאת גורם מתוך השורש, ביטול שורש במכנה. פונקציות מעריכיות ותכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות מעריכיות ואי שוויונות מעריכיים, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה.

לוגריתמים:

לוגריתם בבסיס כלשהו, לוגריתם של מכפלה, מנה, חזקה ושורש. מעבר לוגריתם מבסיס לבסיס. הפונקציות

הלוגריתמיות תכונותיהן ותיאורן הגרפי.

משוואות לוגריתמיות ואי-שוויונות לוגריתמיות, על פי הנדרש ביישומים של חדו"א או בבעיות גדילה ודעיכה.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

חשבון דיפרנציאלי

מושגי יסוד: משיק בנקודה, שיפוע של גרף בנקודה, הפונקציה הנגזרת. מושג אינטואיטיבי של גבול. הנגזרת בנקודה כתהליך גבולי.

פונקציית הערך המוחלט, אי גזירות הפונקציה $|x|$ באפס, וערך מוחלט של פונקציה נתונה (מבין הפונקציות הכלולות בתוכנית).

נקודות חיתוך עם הצירים, עלייה וירידה, זוגיות ואי זוגיות. המשמעות האלגברית והגרפית של נקודות חיתוך של פונקציות, של $f(x) > g(x)$, $f(x) - g(x)$ וכד'.

נגזרות של פונקציות מעריכיות, פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), ופונקציות לוגריתמיות, כולל שילוב שלהן עם פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות, ופונקציות טריגונומטריות.

נגזרת של סכום, הפרש, מכפלה, מנה, פונקציה מורכבת של כל הפונקציות.

נגזרת שנייה. קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה (x^2 קעורה כלפי מעלה, $-x^2$ קעורה כלפי מטה). נקודות פיתול.

שימושי הנגזרת:

- לפתרון בעיות שבהן יש צורך במציאת שיפוע משיק, או למציאת משוואת משיק לגרף, בנקודה שעל גרף הפונקציה, או מחוץ לגרף הפונקציה.
 - לפתרון בעיות קיצון בתחום פתוח ובתחום סגור בהקשר של אינטגרלים או של גרפים של פונקציות הכלולות בתוכנית (כולל קיצון בקצה קטע סגור).
 - לחקירת פונקציה ושרטוט סקיצה של גרף הפונקציה. החקירה תכלול: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון (מקומי ומוחלט), נקודות פיתול, תחומי קעירות כלפי מעלה ומטה, התנהגות בסביבת נקודת אי-הגדרה, אסימפטוטות מקבילות לצירים (בכל סוגי הפונקציות) בהתאם לפירוט הבא:
- אסימפטוטות מקבילות לצירים בפונקציות הכוללות אלמנטים מעריכיים ולוגריתמיים ידרשו עבור a^x , e^x , $\log_a x$, $\ln x$ ושילובים פשוטים שלהם.

עבור $a^{f(x)}$, $e^{f(x)}$, $\log_a f(x)$, $\ln f(x)$ יידרשו אסימפטוטות רק כאשר מציאתן פשוטה.
לא יידרשו אסימפטוטות עבור מכפלות או מנות של פונקציית חזקה עם אחת הפונקציות הללו.

- הקשר בין הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$.

חשבון אינטגרלי

חשבון אינטגרלי של פונקציות חזקה (עם מעריך רציונאלי), פונקציות מעריכיות ושל פונקציות אשר הקדומה שלהן

היא לוגריתמית: האינטגרל של x^r , e^x , a^x , $\frac{1}{x}$, וכן $[f(x)]^r$, $e^{f(x)}$, $a^{f(x)}$, $\frac{1}{f(x)}$, כאשר $f(x)$ לינארית, $\frac{f'(x)}{f(x)}$

ושילובן בפונקציות רציונאליות וטריגונומטריות.

אינטגרלים מידיים. אינטגרל של סכום פונקציות ושל כפל פונקציה בקבוע. אינטגרל של פונקציה שקדומתה מורכבת.

אינטגרל לא מסוים, פונקציה קדומה, קבוע האינטגרציה, מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה על הפונקציה.

האינטגרל המסוים. חישוב שטח בין גרף הפונקציה לציר x (הפונקציה יכולה להיות חיובית, שלילית או לשנות

סימן), חישוב שטח בין גרפים של שתי פונקציות, חישוב שטחים מורכבים. נפח גופי סיבוב סביב ציר x בלבד.

בעיות ערך קיצון שבהן יש אינטגרל (מכל הסוגים).

הערה: הנושא חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות x^r והפונקציות המעריכיות והלוגריתמיות כולל

את כל הנושאים, המיומנויות (האנליטיות והאלגבריות), והשימושים הנדרשים בשאלון הקודם.

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \ln(e^x + 1) + C$$

לדוגמה: ייתכנו אינטגרלים מהצורה

$$\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 3} dx = \int \left(x^2 - 4x + 13 - \frac{40}{x + 3} \right) dx$$